UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
Departamento de Matemática
Prof. Felipe C. Minuzzi
Lista de exercícios 2
MTM 1133 - Equações Diferenciais Parciais A

Questão 1. Resolva o problema de valor inicial

$$\begin{cases} 2u_t + 3u_x = 0, \quad u = u(t,x) \\ u(0,x) = \sin x \end{cases}$$

Questão 2. Encontre a solução da EDP

$$3u_y + u_{xy} = 0.$$

Dica: considere transformar em uma EDP de primeira ordem.

Questão 3. Na solução da equação $au_x + bu_y = 0$ pode-se utilizar uma mudança de variáveis do tipo $\xi = ax + by$ e $\eta = bx - ay$. Mostre que esse novo sistema de coordenadas é ortogonal.

Questão 4. Resolva, se possível, os problemas abaixo:

a) $\begin{cases} u_y = x^2 + y^2, \quad u = u(x,y), \quad (x,y) \in \mathbb{R} \\ u(x,x^2) = x + x^2, \quad x \in \mathbb{R} \end{cases}$

b) $\begin{cases} u_y = \sin\left(\frac{y}{x}\right), \quad u = u(x,y), \quad x > 0 \text{ e } y \in \mathbb{R} \\ u(x,0) = x, \quad x > 0. \end{cases}$

c) $\begin{cases} u_y = xe^y, \quad u = u(x,y), \quad (x,y) \in \mathbb{R} \\ u(y^2,y) = e^{y^2} + y^4, \quad y \in \mathbb{R} \end{cases}$

Questão 5. Encontre as curvas características das equações abaixo:

a) $3u_x - 4u_y = x^2$;

b) $5u_x + 4u_y = x^3 + 1 + 2e^{3y}$;

c) $x^2u_x + y^2u_y = x^3$

d) $x^2u_x + y^2u_y = axu, \quad a \in \mathbb{R}$

e) $u_x + xu_y = x^3 + 3xy$

Questão 6. Resolva a equação linear

$$(1 + x^2)u_x + u_y = 0$$

e faça o gráfico de suas curvas características.

Questão 7. Resolva o problema de valor inicial

$$\begin{cases} \sqrt{1 - x^2}u_x + u_y = 0, \quad u = u(x,y) \\ u(0,y) = y \end{cases}$$

Questão 8. Resolva o problema de valor inicial

$$\begin{cases} u_x + u_y + u = e^{x+2y}, \quad u = u(x,y) \\ u(x,0) = 0 \end{cases}$$