

Resumo das principais técnicas de integração

1. Substituição

Usada quando uma parte da integral é a derivada de outra.

Exemplo:

$$\int 2x \cos(x^2) dx$$

Substituímos $u = x^2 \Rightarrow du = 2x dx$:

$$\int \cos(u) du = \sin(u) + C = \sin(x^2) + C$$

2. Integração por Partes

Baseada na regra do produto da derivada.

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Exemplo:

$$\int x e^x dx$$

Escolha: $u = x \Rightarrow du = dx$, $dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x$.

$$\int x e^x dx = x e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + C$$

3. Substituição Trigonométrica

Indicada para radicais com quadrados.

$$\begin{aligned} x &= a \sin \theta && \text{para } \sqrt{a^2 - x^2} \\ x &= a \tan \theta && \text{para } \sqrt{a^2 + x^2} \\ x &= a \sec \theta && \text{para } \sqrt{x^2 - a^2} \end{aligned}$$

Exemplo:

$$\int \sqrt{1 - x^2} dx$$

Substituímos $x = \sin \theta \Rightarrow dx = \cos \theta d\theta$:

$$\int \cos^2 \theta d\theta = \int \frac{1 + \cos(2\theta)}{2} d\theta = \frac{\theta}{2} + \frac{\sin(2\theta)}{4} + C$$

Retornando: $\theta = \arcsin(x)$.

4. Frações Parciais

Aplicada a funções racionais (razão de polinômios). Decompõe em frações mais simples.

$$\frac{1}{x^2 - 1} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 1}$$

Exemplo:

$$\int \frac{1}{x^2 - 1} dx$$

Decomposição:

$$\frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{2(x - 1)} - \frac{1}{2(x + 1)}$$

Logo:

$$\int \frac{1}{x^2 - 1} dx = \frac{1}{2} \ln|x - 1| - \frac{1}{2} \ln|x + 1| + C$$