Questão 1: Dados os pontos $A(1,-2,3)$ e $B(4,0,-1)$, determine os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BA}$.

Questão 2: Sejam $\mathbf{u}=(2,-1,3)$ e $\mathbf{v}=(1,4,-2)$. Calcule:

a) $\mathbf{u}+\mathbf{v}$

b) $\mathbf{u}-\mathbf{v}$

c) $3\mathbf{u}-2\mathbf{v}$

d) $2\mathbf{u}-3\mathbf{v}$

Questão 3: Dado o ponto $A(1,3,0)$, determine o ponto B tal que $\overrightarrow{AB}=(2,-1,5)$.

Questão 4: Determine a e b para que $\mathbf{w}=(a,6,b)$ seja paralelo a $\mathbf{u}=(2,-3,1)$.

Questão 5: Sejam $\mathbf{u}=(1,-2,0)$ e $\mathbf{v}=(2,1,-1)$. Determine o vetor $\mathbf{x}$ que satisfaz a equação

$$2(\mathbf{x}-\mathbf{u})=\mathbf{x}+3\mathbf{v}.$$

Questão 6: Escreva $\mathbf{w}=(7,4)$ como combinação linear de $\mathbf{u}=(1,2)$ e $\mathbf{v}=(2,-1)$.

Questão 7: Verifique se os pontos $A(1,2,3)$, $B(3,3,1)$ e $C(7,5,-3)$ são colineares.

Questão 8: Sejam $\mathbf{u}=(1,2,-2)$ e $\mathbf{v}=(3,0,4)$. Calcule:

a) $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$

b) $(\mathbf{u}+\mathbf{v})\cdot(\mathbf{u}-\mathbf{v})$

Questão 9: Determine m para que $\mathbf{u}=(m,2,-1)$ e $\mathbf{v}=(3,m,5)$ sejam ortogonais.

Questão 10: Verifique que os vetores $\mathbf{u}=(1,2,1)$, $\mathbf{v}=(1,-1,1)$ e $\mathbf{w}=(-1,0,1)$ são dois a dois ortogonais.

Questão 11: Sabendo que $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{w}=-2$ e $\mathbf{v}\cdot\mathbf{w}=4$, calcule:

a) $\mathbf{u}\cdot(2\mathbf{v}-3\mathbf{w})$

b) $(\mathbf{u}+\mathbf{v})\cdot\mathbf{w}$

Questão 12: Dados $A(1,0,2)$, $B(3,1,0)$ e $C(k,2,1)$, determine k para que $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$ sejam ortogonais.

Questão 13: Determine o vetor $\mathbf{w}=(1,y,z)$ que é ortogonal a $\mathbf{u}=(1,1,0)$ e a $\mathbf{v}=(0,1,1)$.

Questão 14: Sejam $\mathbf{u} = (1, 2, -1)$ e $\mathbf{v} = (2, -1, 3)$.

a) Calcule $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$.

b) Verifique que $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ é ortogonal a $\mathbf{u}$ e a $\mathbf{v}$.

Questão 15: Calcule $\mathbf{i} \times \mathbf{j}$, $\mathbf{j} \times \mathbf{k}$, $\mathbf{k} \times \mathbf{i}$ e $(\mathbf{i} + \mathbf{j}) \times \mathbf{k}$.

Questão 16: Sabendo que $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (2, -1, 3)$, calcule:

a) $\mathbf{v} \times \mathbf{u}$

b) $(2\mathbf{u}) \times (3\mathbf{v})$

c) $\mathbf{u} \times \mathbf{u}$

Questão 17: Determine um vetor ortogonal a $\mathbf{u} = (1, 1, 0)$ e a $\mathbf{v} = (0, 1, 1)$ cuja primeira coordenada seja 3.

Questão 18: Determine a para que $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \mathbf{0}$, sendo $\mathbf{u} = (1, a, 2)$ e $\mathbf{v} = (2, 4, 4)$.

Questão 19: Sejam $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$ e $\mathbf{v} = (0, 1, 2)$.

a) Calcule $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ e $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \times (\mathbf{u} - \mathbf{v})$.

b) Verifique que $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \times (\mathbf{u} - \mathbf{v}) = -2\,(\mathbf{u} \times \mathbf{v})$.

Questão 20: Sejam $\mathbf{u} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{v} = (2, 1, 0)$ e $\mathbf{w} = (0, 3, 1)$.

a) Calcule $[\,\mathbf{u},\, \mathbf{v},\, \mathbf{w}\,]$.

b) Calcule $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w})$ e $(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w}$ e verifique que são iguais.

Questão 21: Determine m para que os vetores $\mathbf{u} = (1, 2, 3)$, $\mathbf{v} = (2, -1, 1)$ e $\mathbf{w} = (m, 1, 4)$ sejam coplanares.

Questão 22: Sejam $A(1, 0, 1)$, $B(2, 1, 3)$ e $C(0, 2, 1)$.

a) Verifique se $D(3, 1, 2)$ pertence ao plano determinado por A, B e C.

b) Determine k para que $D(k, 1, 2)$ seja coplanar com A, B e C.

Questão 23: Sabendo que $[\,\mathbf{u},\, \mathbf{v},\, \mathbf{w}\,] = 5$, calcule:

a) $[\,\mathbf{v},\, \mathbf{u},\, \mathbf{w}\,]$

b) $[\,2\mathbf{u},\, \mathbf{v},\, \mathbf{w} - \mathbf{u}\,]$

c) $[\,\mathbf{u} + \mathbf{v},\, \mathbf{v},\, \mathbf{w}\,]$

Respostas

1. $\overrightarrow{AB} = (3, 2, -4)$; $\overrightarrow{BA} = (-3, -2, 4)$
2. a) $(3, 3, 1)$; b) $(1, -5, 5)$; c) $(4, -11, 13)$; d) $(1, -14, 12)$
3. $B(3, 2, 5)$
4. $a = -4$, $b = -2$
5. $\mathbf{x} = 2\mathbf{u} + 3\mathbf{v} = (8, -1, -3)$
6. $\mathbf{w} = 3\mathbf{u} + 2\mathbf{v}$
7. Sim, pois $\overrightarrow{AC} = (6, 3, -6) = 3\,\overrightarrow{AB}$.
8. a) -5; b) -16
9. $m = 1$
10. $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{w} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{w} = 0$
11. a) 12; b) 2
12. $k = -1$
13. $\mathbf{w} = (1, -1, 1)$
14. a) $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (5, -5, -5)$; b) $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \mathbf{v} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = 0$
15. $\mathbf{k}$; $\mathbf{i}$; $\mathbf{j}$; $(1, -1, 0)$
16. a) $(-2, 1, -3)$; b) $(12, -6, 18)$; c) $\mathbf{0}$
17. $(3, -3, 3)$
18. $a = 2$
19. a) $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-1, -2, 1)$; $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \times (\mathbf{u} - \mathbf{v}) = (2, 4, -2)$
20. a) 13; b) ambos iguais a 13
21. $m = 3$ (nesse caso, $\mathbf{w} = \mathbf{u} + \mathbf{v}$)
22. a) Não, pois $[\,\overrightarrow{AB},\, \overrightarrow{AC},\, \overrightarrow{AD}\,] = -7 \neq 0$; b) $k = \frac{5}{4}$
23. a) -5; b) 10; c) 5